2018年度　大阪府公立高校入試問題（C問題）

60分　90点

1 次の問いに答えなさい。

(1) $\dfrac{5a-2b}{4}-\dfrac{3a-7b}{5}$ を計算しなさい。

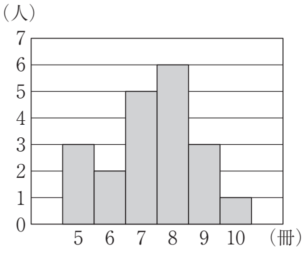
(2) $a=-3$，$b=\dfrac{1}{4}$ のとき，$\dfrac{1}{6}a^2b\times a^3b^2\div\left(-\dfrac{1}{2}ab\right)^2$ の値を求めなさい。

(3) $(3\sqrt{3}+\sqrt{2})(3\sqrt{3}-\sqrt{2})-(\sqrt{6}-4)^2$ を計算しなさい。

(4) a，b を定数とする。x，y の連立方程式 $\begin{cases} ax+by=-11 \\ bx+ay=17 \end{cases}$ の解が $x=1$，$y=-3$ であるとき，a，b の値をそれぞれ求めなさい。

(5) 二つの箱A，Bがある。箱Aには数の書いてある3枚のカード [1]，[4]，[5] が入っており，箱Bには奇数の書いてある3枚のカード [3]，[7]，[9] が入っている。箱Aからカードを2枚，箱Bからカードを1枚同時に取り出し，取り出した3枚のカードそれぞれに書いてある数のうち，最も小さい数を a，2番目に小さい数を b，最も大きい数を c とする。このとき，$a+c=2b$ となる確率はいくらですか。A，Bそれぞれの箱において，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとして答えなさい。

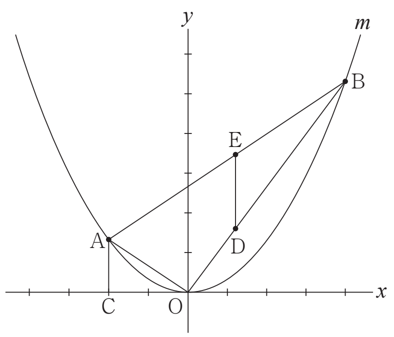
(6) 文芸部の顧問であるS先生は，ある期間に部員20人が読んだ本の冊数の平均値，中央値，範囲を求めたが，部員の一人であるNさんについて，間違った冊数で計算したことに気が付いたため，Nさんの冊数を正しいものに訂正して，平均値，中央値，範囲を求め直した。右図は，S先生がNさんの冊数を正しいものに訂正した後に作った，部員20人が読んだ本の冊数のヒストグラムである。Nさんの冊数を正しいものに訂正する前と訂正した後とで比べると，平均値は訂正した後の方が0.1冊大きくなり，中央値と範囲は変わらなかった。次の文中の [㋐]，[㋑] に入れるのに適している自然数をそれぞれ書きなさい。



> S先生は，Nさんが読んだ本の冊数を [㋐] 冊から [㋑] 冊に訂正してヒストグラムを作った。

(7) aを2けたの奇数とし，bをaの十の位の数と一の位の数とを入れかえてできる自然数とするとき，$\frac{a+b}{8}$の値が20以上であって21以下であるaの値を**すべて**求めなさい。

(8) 右図において，mは$y=\frac{1}{3}x^2$のグラフを表す。A，Bはm上の点であり，Aのx座標は-2，Bのx座標は4である。OとA，OとB，AとBとをそれぞれ結ぶ。Cはx軸上の点であり，Cのx座標はAのx座標と等しい。AとCとを結ぶ。Dは，線分OB上の点である。Dのx座標をtとし，$0<t<4$とする。Eは線分AB上の点であり，Eのx座標はDのx座標と等しい。このとき，Eのy座標はDのy座標より大きい。DとEとを結ぶ。△BEDの面積が△OACの面積の2倍であるときのtの値を求めなさい。求め方も書くこと。ただし，座標軸の1目もりの長さは1cmであるとする。

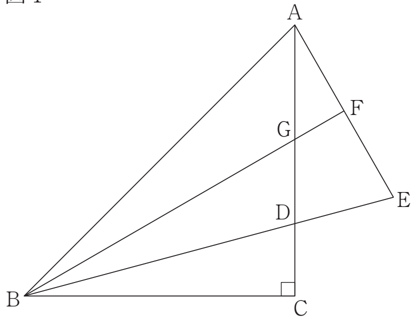


2　図Ⅰ，図Ⅱにおいて，△ABC は∠ACB = 90°，AC = BC = 6 cm の直角二等辺三角形である。D は，辺 AC 上にあって A，C と異なる点である。E は直線 BD 上にあって D について B と反対側にある点であり，BE = BA である。A と E とを結ぶ。F は，線分 AE の中点である。B と F とを結ぶ。G は，線分 BF と辺 AC との交点である。

次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ数になる場合は，根号の中をできるだけ小さい自然数にすること。

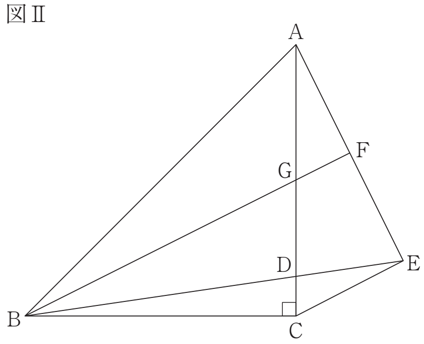
(1)　図Ⅰにおいて，△ABE の内角∠ABE の大きさを a°とするとき，△ABG の内角∠AGB の大きさを a を用いて表しなさい。

図Ⅰ



(2)　図Ⅱにおいて, AG = GC である。C と E とを結ぶ。

図Ⅱ



①　△BDG ∽△EDC であることを証明しなさい。

②　線分 GF の長さを求めなさい。

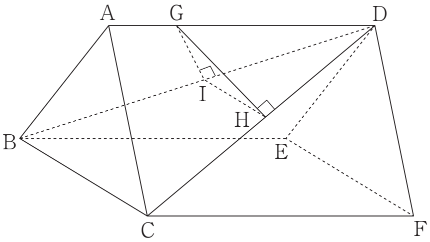
③　△ABD の面積を求めなさい。

3 図Ⅰ，図Ⅱにおいて，立体 ABC—DEF は五つの平面で囲まれてできた立体である。四角形 BCFE は BC = 6 cm，CF = 8 cm の長方形であり，△ABC，△DEF は正三角形である。平面 ABC と平面 DEF は平行である。このとき，AD ∥ BE，AD ∥ CF であり，四角形 ABED ≡ 四角形 ACFD である。D と B，D と C とをそれぞれ結ぶ。G は辺 AD 上の点であり，AG = 2 cm である。

次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ数になる場合は，根号の中をできるだけ小さい自然数にすること。

(1) 図Ⅰにおいて，四角形 ACFD は長方形である。H は，G から線分 DC にひいた垂線と線分 DC との交点である。I は，G から線分 DB にひいた垂線と線分 DB との交点である。H と I とを結ぶ。

図Ⅰ



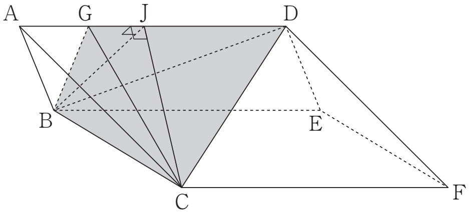
① △ABC の面積を求めなさい。

② 線分 GH の長さを求めなさい。

③ 線分 HI の長さを求めなさい。

(2) 図Ⅱにおいて，四角形 ACFD は内角∠DAC が鋭角の平行四辺形である。G と C，G と B とをそれぞれ結ぶ。△ACG の内角∠AGC は鈍角であり，GC = 5 cm である。J は，C から辺 AD にひいた垂線と辺 AD との交点である。B と J とを結ぶ。このとき，BJ ⊥ AD である。

図Ⅱ



① 線分 GJ の長さを求めなさい。

② 立体 GBCD の体積を求めなさい。

2018年度　大阪府公立高校入試問題（C問題）

1 (1) $\dfrac{13a+18b}{20}$　(2) $-\dfrac{9}{2}$　(3) $3+8\sqrt{6}$　(4) ($a=$) -5　($b=$) 2　(5) $\dfrac{4}{9}$　(6) ㋐ 5　㋑ 7

(7) 69，87　(8) (t の値) $4-2\sqrt{2}$

≪解説≫

(1) 与式 $=\dfrac{5(5a-2b)-4(3a-7b)}{20}=\dfrac{25a-10b-12a+28b}{20}=\dfrac{13a+18b}{20}$

(2) 与式 $=\dfrac{1}{6}a^2b\times a^3b^2\div\dfrac{1}{4}a^2b^2=\dfrac{a^2b\times a^3b^2\times 4}{6\times a^2b^2}=\dfrac{2}{3}a^3b=\dfrac{2}{3}\times(-3)^3\times\dfrac{1}{4}=-\dfrac{9}{2}$

(3) 与式 $=(3\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2-\{(\sqrt{6})^2-2\times\sqrt{6}\times 4+4^2\}=27-2-6+8\sqrt{6}-16=3+8\sqrt{6}$

(4) x，y の連立方程式に $x=1$，$y=-3$ を代入すると，$a-3b=-11$……㋐　$-3a+b=17$……㋑　㋐ $\times 3+$ ㋑より，$-8b=-16$　よって，$b=2$　これを㋐に代入して，$a-3\times 2=-11$ より，$a=-5$

(5) 3枚のカードの組み合わせは，(a，b，c) = (1，3，4)，(1，4，7)，(1，4，9)，(1，3，5)，(1，5，7)，(1，5，9)，(3，4，5)，(4，5，7)，(4，5，9)の9通り。このうち，$a+c=2b$ となるのは，(1，4，7)，(1，3，5)，(1，5，9)，(3，4，5)の4通り。よって，求める確率は $\dfrac{4}{9}$。

(6) 訂正によって部員20人の平均値が0.1冊増えたので，Nさんの冊数は，$0.1\times 20=2$ (冊)増えたとわかる。次に，範囲は変わらなかったことから，訂正前のNさんの冊数が5冊より小さいことはない。また，訂正後の10冊の人数が1人なので，訂正後のNさんの冊数が10冊(訂正前が8冊)であることもない。よって，Nさんの訂正は，5冊→7冊，6冊→8冊，7冊→9冊のいずれか。さらに，訂正後のヒストグラムより，8冊以上は，$1+3+6=10$ (人)，7冊以上は，$10+5=15$ (人)なので，多い方から数えて10番目の人の冊数は8冊，11番目の人の冊数は7冊で，中央値は，$\dfrac{8+7}{2}=7.5$ (冊)　これより，Nさんの訂正が6冊→8冊か7冊→9冊の場合は，訂正前の多い方から数えて10番目の人の冊数が7冊になり，中央値が変化するので条件に合わない。以上より，Nさんの訂正は5冊→7冊。

(7) $a+b$ の値は，$20\times 8=160$ 以上，$21\times 8=168$ 以下。a の十の位の数を m，一の位の数を n とすると，$a=10m+n$，$b=10n+m$ となるから，$a+b=10m+n+$

$10n+m=11(m+n)$　$m+n$は自然数だから，$a+b$は11の倍数になる。160以上168以下の自然数のうち，11の倍数は165だけだから，$m+n=165\div11=15$　ここで，mは1以上9以下の自然数，nは1，3，5，7，9のいずれかであることから，m，nとして考えられる自然数は，$(m,\ n)=(6,\ 9)$，$(8,\ 7)$　よって，$a=69,\ 87$

(8) Aのy座標は，$y=\frac{1}{3}\times(-2)^2=\frac{4}{3}$，Bの$y$座標は，$y=\frac{1}{3}\times4^2=\frac{16}{3}$だから，$A\left(-2,\ \frac{4}{3}\right)$，$B\left(4,\ \frac{16}{3}\right)$　直線ABの式を$y=ax+b$とおくと，$\frac{4}{3}=-2a+b$……㋐，$\frac{16}{3}=4a+b$……㋑が成り立つ。㋐，㋑を連立方程式として解くと，$a=\frac{2}{3}$，$b=\frac{8}{3}$　よって，直線ABの式は，$y=\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$だから，Eの$y$座標は$\frac{2}{3}t+\frac{8}{3}$。また，直線OBの傾きが，$\frac{16}{3}\div4=\frac{4}{3}$より，その式は$y=\frac{4}{3}x$だから，Dの$y$座標は$\frac{4}{3}t$。これより，$ED=\frac{2}{3}t+\frac{8}{3}-\frac{4}{3}t=\frac{8}{3}-\frac{2}{3}t=\frac{2}{3}(4-t)$(cm)となるから，$\triangle BED=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}(4-t)\times(4-t)=\frac{1}{3}(4-t)^2$ (cm^2)　ここで，△BEDの面積が△OACの面積の2倍だから，$\frac{1}{3}(4-t)^2=\left(\frac{1}{2}\times2\times\frac{4}{3}\right)\times2$が成り立つ。整理して，$(4-t)^2=8$より，$4-t=\pm2\sqrt{2}$だから，$t=4\pm2\sqrt{2}$　$0<t<4$より，$t=4-2\sqrt{2}$

2　(1) $135-\frac{1}{2}a$（度）　(2) ①（証明）△BDGと△EDCにおいて，対頂角は等しいから，∠BDG＝∠EDC……㋐　△ACEにおいて，G，Fはそれぞれ辺AC，AEの中点だから，BF∥CE　平行線の錯角は等しいから，∠BGD＝∠ECD……㋑　㋐，㋑より，2組の角がそれぞれ等しいから，△BDG∽△EDC　② $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ (cm)　③ $\frac{108}{7}$ (cm^2)

≪解説≫

(1) △ABEはBE＝BAの二等辺三角形でFがAEの中点だから，∠ABF＝∠EBFで，$\angle ABG=\frac{1}{2}\angle ABE=\frac{1}{2}a^\circ$　$\angle BAG=45^\circ$だから，△ABGの内角の和より，$\angle AGB=180^\circ-\frac{1}{2}a^\circ-45^\circ=135^\circ-\frac{1}{2}a^\circ$

(2)② $AG=GC=\frac{1}{2}AC=3$ (cm)　△BGCにおいて三平方の定理より，$BG=\sqrt{BC^2+GC^2}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$ (cm)　また，二等辺三角形ABEでFがAEの中点だから，∠AFG＝90°　△AGFと△BGCにおいて，∠AGF＝∠BGC，∠AFG＝∠BCG＝90°だから，△AGF∽△BGC　よって，AG：BG＝GF：GCより，3：

$3\sqrt{5} = \mathrm{GF} : 3$ だから，$\mathrm{GF} = \dfrac{3 \times 3}{3\sqrt{5}} = \dfrac{3\sqrt{5}}{5}$ (cm)

③ G，F は辺 AC，辺 AE の中点だから，中点連結定理より，$\mathrm{CE} = 2\mathrm{GF} = \dfrac{6\sqrt{5}}{5}$ (cm)

また，BG ∥ CE だから，$\mathrm{GD} : \mathrm{CD} = \mathrm{BG} : \mathrm{CE} = 3\sqrt{5} : \dfrac{6\sqrt{5}}{5} = 5 : 2$　よって，$\mathrm{GD} = \mathrm{GC} \times \dfrac{5}{5+2} = 3 \times \dfrac{5}{7} = \dfrac{15}{7}$ (cm) だから，$\mathrm{AD} = 3 + \dfrac{15}{7} = \dfrac{36}{7}$ (cm)　したがって，$\triangle \mathrm{ABD} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{36}{7} \times 6 = \dfrac{108}{7}$ (cm^2)

3　(1) ① $9\sqrt{3}$ (cm^2)　② $\dfrac{18}{5}$ (cm)　③ $\dfrac{72}{25}$ (cm)　(2) ① $\dfrac{7}{4}$ (cm)　② $\dfrac{9\sqrt{23}}{2}$ (cm^3)

≪解説≫

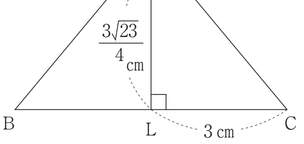
(1)① A から BC に垂線 AK をひくと，△ABK は 30°，60° の直角三角形だから，$\mathrm{AK} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{AB} = 3\sqrt{3}$ (cm)　よって，$\triangle \mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ (cm^2)

② $\mathrm{GD} = 8 - 2 = 6$ (cm)　△DAC において，三平方の定理より，$\mathrm{CD} = \sqrt{\mathrm{AC}^2 + \mathrm{AD}^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ (cm)　ここで，△DHG と△DAC において，∠HDG = ∠ADC，∠DHG = ∠DAC = 90° より，△DHG ∽ △DAC　よって，$\mathrm{GH} : \mathrm{HD} : \mathrm{GD} = \mathrm{CA} : \mathrm{AD} : \mathrm{CD} = 6 : 8 : 10 = 3 : 4 : 5$ だから，$\mathrm{GH} = \dfrac{3}{5}\mathrm{GD} = \dfrac{18}{5}$ (cm)

③ $\mathrm{HD} = \dfrac{4}{5}\mathrm{GD} = \dfrac{24}{5}$ (cm) より，$\mathrm{CD} : \mathrm{HD} = 10 : \dfrac{24}{5} = 25 : 12$　また，AD を共有する合同な長方形 ABED，ACFD において，点 I は点 H と同様のとり方をしているから，$\mathrm{BD} : \mathrm{ID} = 25 : 12$　これより，$\mathrm{BD} : \mathrm{ID} = \mathrm{CD} : \mathrm{HD} = 25 : 12$ だから，BC ∥ HI で，$\mathrm{BC} : \mathrm{HI} = 25 : 12$　よって，$\mathrm{HI} = \dfrac{12}{25}\mathrm{BC} = \dfrac{72}{25}$ (cm)

(2)① GJ = x cm とする。三平方の定理より，△CGJ において，$\mathrm{CJ}^2 = \mathrm{CG}^2 - \mathrm{GJ}^2 = 5^2 - x^2$，△CAJ において，$\mathrm{CJ}^2 = \mathrm{CA}^2 - \mathrm{AJ}^2 = 6^2 - (2 + x)^2$　よって，$5^2 - x^2 = 6^2 - (2 + x)^2$ が成り立つ。これを解くと，$x = \dfrac{7}{4}$

② GD ⊥ CJ，GD ⊥ BJ より，GD ⊥面 BCJ だから，立体 GBCD の体積は，底面が△BCJ で，高さが GD = 6 cm の三角すいの体積と等しい。また，合同な平行四辺形 ABED，ACFD における高さだから，BJ = CJ　これより，△BCJ は二等辺三角形だから，J から BC に垂線 JL をひくと，L は BC の中点で，$\mathrm{CL} = \dfrac{1}{2}\mathrm{BC} = 3$ (cm)　三平方の定理より，△CGJ において，$\mathrm{CJ}^2 =$



$CG^2 - GJ^2 = 5^2 - \left(\frac{7}{4}\right)^2 = \frac{351}{16}$ だから，$\triangle CJL$ において，$JL = \sqrt{CJ^2 - CL^2} = \sqrt{\frac{351}{16} - 3^2} = \frac{3\sqrt{23}}{4}$ (cm)　よって，立体 GBCD の体積は，$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times \frac{3\sqrt{23}}{4}\right) \times 6 = \frac{9\sqrt{23}}{2}$ (cm^3)